УДК 62-503.5

К ОЦЕНКЕ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБОК СЕЛЕКЦИИ ИМПОРТОЗАМЕЩАЮЩИХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОМПОНЕНТОВ

Б. Ф. Безродный, С. А. Майоров

Возникает проблема обеспечения требуемой высокой надежности ответственной электронной аппаратуры, используемой на критически важных объектах, при проведении мероприятий по импортозамещению применяемых в ней электронных компонентов, включая различные микроэлектронные изделия. В силу меньшей стабильности технологического процесса изготовления их качество, надежность и, соответственно, значения параметров имеют больший, по сравнению с импортными аналогами, разброс. Поэтому на практике оказывается необходимым проведение предварительной селекции образцов этих компонентов (изделий) с целью выбора наиболее приемлемых для изготовления конкретного типа электронной аппаратуры, т.е. для проведения ее «селективной сборки». Такую процедуру предлагается проводить с помощью статистического распознавания, считая распределения из-за большого числа влияющих факторов нормальными [1].

В этом случае для проведения контроля состояния образцов электронного компонента следует использовать вектор из p параметров, принимаемых для простоты некоррелированными, а вследствие допущения нормального распределения и независимыми. При этом решающее правило будет иметь вид [1]:

$$\sum_{j=1}^{p}\left\{\frac{1}{\hat{\sigma}_{0j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{0j}\right)^2-\frac{1}{\hat{\sigma}_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{1j}\right)^2+n\ln\frac{\hat{\sigma}_{0j}^2}{\hat{\sigma}_{1j}^2}\right\}\geq 0\,. \quad (1)$$

При выполнении неравенства контрольная выборка из n замеров вектора контролируемых параметров признается соответствующей классу S_1, т.е. удовлетворяющих требованиям конкретного типа электронной аппаратуры, а при выполнении обратного неравенства – классу S_0 (неудовлетворяющих). В (1) $\hat{\bar{a}}_i=\left(\hat{a}_{i1},...,\hat{a}_{ip}\right)$ и $\hat{M}_i=diag\left(\hat{\sigma}_{i1}^2,...,\hat{\sigma}_{ip}^2\right)$ – оценки векторов средних и ковариационных матриц распределений значений контролируемых параметров в различаемых классах образцов исследуемого электронного компонента, а $\bar{x}_i=\left(x_{i1},...,x_{ip}\right)$ – элементы контрольной выборки замеров вектора контролируемых параметров. При n = 1 контролю подвергается каждый отдельный образец, в противном случае – однородная партия образцов, имеющих практически идентичные качество и надежность.

При больших объемах обучающих выборок m_0 и m_1, что достигается при производстве электронных компонентов достаточно большими сериями, позволяющем составить установочные партии более чем из ста образцов, вышеупомянутые оценки векторов средних и ковариационных матриц сходятся по вероятности к соответствующим неизвестным значениям векторов средних и ковариационных матриц [1], что позволяет считать их известными и использовать при вычислениях вместо них близкие к этим истинным значениям оценки. При этом неравенство (1) трансформируется в неравенство

$$\sum_{j=1}^{p}\left\{\frac{1}{\sigma_{0j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-a_{0j}\right)^2-\frac{1}{\sigma_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-a_{1j}\right)^2+n\ln\frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2}\right\}\geq 0\,. \quad (2)$$

После преобразования каждого слагаемого внешней суммы по j в (1), неравенство (2) сводится к

$$\sum_{j=1}^{p}\frac{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}{\sigma_{0j}^2\sigma_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\frac{a_{0j}\sigma_{1j}^2-a_{1j}\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}\right)^2\geq n\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{\left(a_{0j}-a_{1j}\right)^2}{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}-\ln\frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2}\right]. \quad (3)$$

Для определения вероятности ошибки контроля первого рода α следует предположить, что элементы контрольной выборки $\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n$ принадлежат к классу S_0, т.е. подчиняются p-мерному нормальному закону с вектором средних $\bar{a}_0$ и ковариационной матрицей $M_0 = diag\left(\sigma_{01}^2,...,\sigma_{0p}^2\right)$. Каждую из независимых величин x_{ij} можно представить в виде $x_{ij} = \xi_{ij}\sigma_{0j} + a_{0j}$, где случайные величины ξ_{ij}, $i = 1, ..., n$; $j = 1, ..., p$ – независимы между собой и подчиняются одномерному нормальному закону с нулевым средним и единичной дисперсией. Для осуществления необходимого преобразования неравенства (3) в него подставим выражения случайных величин x_{ij} через ξ_{ij}, после чего оно примет вид

$$\sum_{j=1}^{p}\frac{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}{\sigma_{0j}^2\sigma_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(\xi_{ij}\sigma_{0j}+\frac{\sigma_{0j}^2\left(a_{1j}-a_{0j}\right)}{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}\right)^2 \ge n\sum_{j=2}^{p}\left[\frac{\left(a_{0j}-a_{1j}\right)^2}{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}-\ln\frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2}\right]. \tag{4}$$

Если ввести в рассмотрение величины $d_j = \left(a_{1j}-a_{0j}\right)^2/\sigma_{0j}^2$ и $r_j = \sigma_{1j}^2/\sigma_{0j}^2$; $j=1,...,p$, неравенство (4) преобразуется в

$$\sum_{j=1}^{p}\frac{r_j-1}{r_j}\sum_{i=1}^{n}\left(\xi_{ij}+\frac{\sqrt{d_j}}{r_j-1}\right)^2 \ge n\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{d_j}{r_j-1}+\ln r_j\right]. \tag{5}$$

Внутренняя сумма в левой части неравенства (5) представляет собой случайную величину, имеющую нецентральное χ^2-распределение с n степенями свободы и параметром нецентральности $nd_j/\left(r_j-1\right)^2$. Таким образом, левая часть неравенства (5) представляет собой линейную комбинацию случайных величин, имеющих нецентральное χ^2-распределение с n степенями свободы, что позволяет, воспользовавшись инверсной формулой Имхофа [2], получить формулы для вычисления вероятности ошибки контроля первого рода α

$$\alpha = \frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{\sin\Theta(u)}{u\rho(u)}du, \tag{6}$$

где

$$\Theta(u)=\frac{1}{2}\left\{nu\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{d_j}{r_j-1}+\ln r_j\right]-\sum_{j=1}^{p}\left[n\,\mathrm{arctg}\left(\frac{r_j-1}{r_j}u\right)+\frac{r_j n d_j u}{\left(r_j-1\right)\left(r_j^2+\left(r_j-1\right)^2u^2\right)}\right]\right\},$$

$$\rho(u)=\prod_{j=1}^{p}\left[1+\left(\frac{r_j-1}{r_j}\right)^2u^2\right]^{\frac{n}{4}}\cdot\exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\frac{nd_j u^2}{r_j^2+\left(r_j-1\right)^2u^2}\right\}.$$

Для определения вероятности ошибки контроля второго рода β необходимо положить, что элементы контрольной выборки принадлежат классу S_1 и подчиняются p-мерному нормальному закону с вектором средних $\bar{a}_1$ и ковариационной матрицей $M_1 = diag\left(\sigma_{11}^2,...,\sigma_{1p}^2\right)$ и выполняется неравенство, обратное (4):

$$\sum_{j=1}^{p}\frac{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}{\sigma_{0j}^2\sigma_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\frac{a_{0j}\sigma_{1j}^2-a_{1j}\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}\right)^2 < n\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{\left(a_{0j}-a_{1j}\right)^2}{\sigma_{1j}^2-\sigma_{0j}^2}-\ln\frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2}\right]. \tag{7}$$

Независимые случайные величины x_{ij} в данном случае представимы в виде $x_{ij} = \eta_{ij}\sigma_{1j} + a_{1j}$, где случайные величины η_{ij} опять-таки подчиняются одномерному нормальному закону с нулевым средним и единичной дисперсией. После подстановки в (4) выражения x_{ij} через η_{ij} с учетом ранее введенных величин d_j и r_j, $j = 1, \ldots, p$ неравенство (7) преобразуется к виду, аналогичному (5):

$$\sum_{j=1}^{p}\left(r_j - 1\right)\sum_{i=1}^{n}\left(\eta_{ij} + \frac{\sqrt{d_j r_j}}{r_j - 1}\right)^2 < n\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{d_j}{r_j - 1} + \ln r_j\right]. \qquad (8)$$

В данном случае внутренняя сумма в левой части неравенства (8) также является случайной величиной, имеющей нецентральное χ^2-распределение с n степенями свободы, но уже с параметром нецентральности $nd_j r_j / \left(r_j - 1\right)^2$. Далее также с помощью инверсной формулы Имхофа [2] получается формула для вероятности ошибки контроля второго рода

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\sin\Theta(u)}{u\rho(u)}du, \qquad (9)$$

где

$$\Theta(u) = \frac{1}{2}\left\{\sum_{j=1}^{p}\left[n\,\mathrm{arctg}\left[\left(r_j - 1\right)u\right] + \frac{nd_j r_j u}{\left(r_j - 1\right)\left[1 + \left(r_j - 1\right)^2 u^2\right]}\right] - nu\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{d_j}{r_j - 1} + \ln r_j\right]\right\},$$

$$\rho(u) = \prod_{j=1}^{p}\left[1 + \left(r_j - 1\right)^2 u^2\right]^{\frac{n}{4}}\exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\frac{nd_j r_j u^2}{1 + \left(r_j - 1\right)^2 u^2}\right\}.$$

При реальном производстве электронных компонентов случай больших обучающих выборок, т.е. установочных партий, содержащих от одной до нескольких сотен образцов, достаточно редок. Если же обучающие выборки – средние, т.е. состоят из нескольких десятков элементов, то в этом случае вероятности ошибок контроля первого и второго рода, рассчитанные по формулам (6) и (9), будут существенно отличаться от реальных [1]. Согласно [1] в первую очередь следует при средних объемах обучающих выборок учесть априорную неопределенность векторов средних, поскольку отклонения оценок ковариационных матриц от их предельных значений существенно менее влияют на изменения вероятностей ошибок α и β, чем отклонения оценок векторов средних распределений значений вектора контролируемых параметров в различаемых классах образцов рассматриваемого электронного компонента от их реальных значений. Применение такого приближения неполного априорного знания допустимо, поскольку оно дает при средних объемах обучающих выборок несущественные отклонения значений вероятностей ошибок контроля от реальных, и, несомненно, целесообразно, так как требует существенно меньших, примерно в 20–30 раз, вычислительных затрат при расчете α и β, по сравнению со случаем полной априорной неопределенности. В этом случае решающее правило (1) записывается в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^{p}\left\{\frac{1}{\sigma_{0j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij} - \hat{a}_{0j}\right)^2 - \frac{1}{\sigma_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij} - \hat{a}_{1j}\right)^2 + n\ln\frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2}\right\} \geq 0, \qquad (10)$$

где $\hat{\bar{a}}_i = \left(1/m_i\right)\sum_{j=1}^{m_i}\bar{x}_j^{(i)}$ – оценки векторов средних распределений значений вектора контролируемых параметров в различаемых классах, а $\bar{x}_1^{(i)},\ldots,\bar{x}_{m_i}^{(i)}$ – обучающие выборки, составленные из замеров вектора контролируемых параметров у каждого из m_i образцов исследуемого электронного компонента, составляющих установочную партию для i-го класса. Для определения вероятности ошибки контроля первого рода α опять следует предположить, что замеры вектора контролируемых параметров, составляющие контрольную выборку, соответствуют классу S_0 и подчиняются p-мерному нормальному закону с вектором средних $\overline{a}_0$ и ковариационной матрицей $M_0 = diag\left(\sigma_{01}^2,...,\sigma_{0p}^2\right)$. Случайные величины, являющиеся слагаемыми суммы по j в левой части неравенства (10) и заключенные в фигурные скобки, независимы между собой в силу независимости контролируемых параметров. Поэтому для приведения левой части неравенства (10) к требуемому виду линейной комбинации случайных величин, имеющих центральные и нецентральные χ^2-распределения с различными числами степеней свободы, следует воспользоваться предложенными в [1] линейными и нелинейными декоррелирующими преобразованиями, после чего неравенство (10) принимает вид

$$\sum_{j=1}^{p}\left\{\left(1-\frac{1}{r_j}\right)\left[\chi_{n-1,0}^2\right]_j+\sum_{i=1}^{2}k_{ij}\sigma_{\chi_{ij}}^2\chi_{1,\left(a_{\chi_{ij}}/\sigma_{\chi_{ij}}\right)^2}^2+n\ln\frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2}\right\}\ge 0, \tag{11}$$

а вероятность ошибки контроля первого рода с помощью формулы Имхофа [2] определится как

$$\alpha=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\sin\Theta(u)}{u\rho(u)}du, \tag{12}$$

где

$$\Theta(u)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\left\{n\ln r_j-(n-1)\operatorname{arctg}\left[\left(1-\frac{1}{r_j}\right)u\right]-\sum_{i=1}^{2}\left[\operatorname{arctg}\left(K_{ij}\sigma_{\chi_{ij}}^2u\right)+\frac{K_{ij}a_{\chi_{ij}}^2u}{1+K_{ij}^2\sigma_{\chi_{ij}}^4u^2}\right]\right\},$$

$$\rho(u)=\prod_{j=1}^{p}\left\{\left[1+\left(1-\frac{1}{r_j}\right)^2u^2\right]^{\frac{n-1}{4}}\prod_{i=1}^{2}\left(1+K_{ij}^2\sigma_{\chi_{ij}}^4u^2\right)^{\frac{1}{4}}\right\}\exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{2}\frac{K_{ij}^2a_{\chi_{ij}}^2\sigma_{\chi_{ij}}^2u^2}{1+K_{ij}^2\sigma_{\chi_{ij}}^4u^2}\right\}.$$

Для получения формулы вероятности ошибки контроля второго рода β при средних объемах обучающих выборок, т.е. при учете априорной неопределенности векторов средних распределений значений вектора контролируемых параметров в различаемых классах образцов исследуемого изделия микроэлектроники, необходимо принять, что элементы контрольной выборки относятся к классу S_1 и подчиняются p-мерному нормальному закону с вектором средних $\overline{a}_1$ и ковариационной матрицей $M_1 = diag\left(\sigma_{11}^2,...,\sigma_{1p}^2\right)$. После осуществления линейных и нелинейных декоррелирующих преобразований, аналогичных преобразованиям, упомянутым выше при выводе формулы для α, и использования формулы Имхофа [2], формула для вычисления β будет иметь вид

$$\beta=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\sin\Theta(u)}{u\rho(u)}du, \tag{13}$$

где

$$\Theta(u)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\left\{n\ln\frac{1}{r_j}-(n-1)\operatorname{arctg}\left[\left(1-r_j\right)u\right]-\sum_{i=1}^{2}\left[\operatorname{arctg}\left(K_{ij}\sigma_{\chi_{ij}}^2u\right)+\frac{K_{ij}a_{\chi_{ij}}^2u}{1+K_{ij}^2\sigma_{\chi_{ij}}^4u^2}\right]\right\},$$

$$\rho(u)=\prod_{j=1}^{p}\left\{\left[1+\left(1-r_j\right)^2u^2\right]^{\frac{n-1}{4}}\prod_{i=1}^{2}\left(1+K_{ij}^2\sigma_{\chi_{ij}}^4u^2\right)^{\frac{1}{4}}\right\}\exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{2}\frac{K_{ij}^2a_{\chi_{ij}}^2\sigma_{\chi_{ij}}^2u^2}{1+K_{ij}^2\sigma_{\chi_{ij}}^4u^2}\right\},$$

где величины, входящие в формулы для Θ и ρ из (13), имеют тот же смысл, что и в формулах для вероятности ошибки первого рода α в (12).

При осуществлении контроля состояния образцов электронного компонента по нескольким параметрам на основе обучающих выборок, имеющих малые объемы, полученные выше формулы для вычисления вероятностей ошибок контроля, дают высокую погрешность, что определяет необходимость учета полной параметрической априорной неопределенности, т.е. необходимость считать вектора средних и ковариационные матрицы распределений значений вектора контролируемых параметров в различаемых классах образцов рассматриваемого электронного компонента неизвестными [1]. Для этого следует построить по классифицированным обучающим выборкам, $x_1^{(i)},...,x_{m_i}^{(i)}$ i = 0, 1, состоящим из замеров вектора контролируемых параметров у образцов, составляющих установочные партии: (по m_i изделий из i-го класса), их оценки максимального правдоподобия $\hat{\bar{a}}_i=\left(\hat{a}_{i1},...,\hat{a}_{ip}\right)$ и $\hat{M}_i=diag\left(\hat{\sigma}_{i1}^2,...,\hat{\sigma}_{ip}^2\right)$:

$$\hat{a}_{ij}=\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}x_{kj}^{(i)}\ ;\ \hat{\sigma}_{ij}^2=\frac{1}{m_i-1}\sum_{k=1}^{m_i}\left(x_{kj}^{(i)}-\hat{a}_{ij}\right)^2\ . \tag{14}$$

Для получения решающего правила эти оценки надлежит подставить в решающее правило (1), после чего оно примет окончательный вид

$$\sum_{j=1}^{p}\left\{\frac{1}{\hat{\sigma}_{0j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{0j}\right)^2-\frac{1}{\hat{\sigma}_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{1j}\right)^2+n\ln\frac{\hat{\sigma}_{0j}^2}{\hat{\sigma}_{1j}^2}\right\}\geq 0\ . \tag{15}$$

Случайный вектор $\hat{\bar{a}}_i$ подчиняется p-мерному нормальному закону с вектором средних $\bar{a}_i$ и ковариационной матрицей $diag\left(\sigma_{i1}^2/m_i,...,\sigma_{ip}^2/m_i\right)$, а любая из случайных величин $\hat{\sigma}_{ij}^2$ может быть представлена в виде

$$\hat{\sigma}_{ij}^2=\sigma_{ij}^2w_{ij}\Big/\left(m_i-1\right). \tag{16}$$

При этом каждая из случайных величин w_{ij}; j = 1, …, p, подчиняется центральному χ^2-распределению с m_i – 1 степенями свободы [1], а σ_{ij}^2; j = 1, …, p – неизвестные диагональные элементы ковариационной матрицы $M_i=diag\left(\sigma_{i1}^2,...,\sigma_{ip}^2\right)$ распределения значений вектора контролируемых параметров для i-го класса. С учетом (16) неравенство (15) принимает вид

$$\sum_{j=1}^{p}\left\{\frac{m_0-1}{w_{0j}\sigma_{0j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{0j}\right)^2-\frac{m_1-1}{w_{1j}\sigma_{1j}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{1j}\right)^2+n\ln\frac{w_{0j}\sigma_{0j}^2\left(m_1-1\right)}{w_{1j}\sigma_{1j}^2\left(m_0-1\right)}\right\}\geq 0. \tag{17}$$

Случайные величины, входящие в (17) и соответствующие разным значениям индекса j, независимы в силу независимости выбранных контролируемых параметров. В [1] доказана независимость случайных величин w_{0j}, w_{1j}, $\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{0j}\right)^2$ и $\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ij}-\hat{a}_{1j}\right)^2$ для всех j, что с учетом независимости случайных величин из (17), соответствующих разным j, позволяет записать вероятности ошибок контроля первого и второго рода в виде

$$\alpha=\underbrace{\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}...\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}}_{2p}P_{w_{01}w_{11}...w_{0p}w_{1p}}\left(V\geq 0\middle|\bar{X}_i\in S_0\right)\prod_{j=1}^{p}\prod_{i=0}^{1}P_{w_{ij}}\left(Z_{ij}\right)\prod_{j=1}^{p}\prod_{i=0}^{1}dZ_{ij};$$

$$\beta=\underbrace{\int_0^\infty\int_0^\infty\ldots\int_0^\infty\int_0^\infty}_{2p} P_{w_{01}w_{11}\ldots w_{0p}w_{1p}}\left(V<0\middle|\bar{X}_i\in S_1\right)\prod_{j=1}^{p}\prod_{i=0}^{1}P_{w_{ij}}\left(Z_{ij}\right)\prod_{j=1}^{p}\prod_{i=0}^{1}dZ_{ij}, \tag{18}$$

где V – левая часть неравенства (17), а $P_{w_{01}w_{11}\ldots w_{0p}w_{1p}}\left(V\geq 0\mid\bar{X}_i\in S_0\right)$ и $P_{w_{01}w_{11}\ldots w_{0p}w_{1p}}\left(V<0\mid\bar{X}_i\in S_1\right)$ – условные вероятности, вычисленные при фиксированных значениях случайных величин w_{ij}, $i = 0, 1$, $j = 1, \ldots, p$, а $P_{w_{ij}}\left(Z_{ij}\right)$ – плотности распределений случайных величин w_{ij}, имеющих центральные χ^2-распределения с $m_i - 1$ степенями свободы. Таким образом, для получения формул α и β следует определить вышеупомянутые условные вероятности. После проведения преобразований согласно [1], аналогичных приведенным выше, левая часть неравенства (17) приводится к линейной комбинации случайных величин, имеющих центральные и нецентральные χ^2-распределения с различными числами степеней свободы, а само неравенство принимает вид

$$\sum_{j=1}^{p}\left\{\lambda_{0j}\left[\chi^2_{n-1,0}\right]_j+\sum_{i=1}^{2}\lambda_{ij}\chi^2_{1,b_{ij}}+n\ln\frac{\sigma^2_{0j}w_{0j}\left(m_1-1\right)}{\sigma^2_{1j}w_{1j}\left(m_0-1\right)}\right\}\geq 0, \tag{19}$$

где величины λ_{0j}, λ_{1j}, λ_{2j}, b_{1j} и b_{2j} определяются в соответствии с [1], а формула для вероятности $P_{w_{01}w_{11}\ldots w_{0p}w_{1p}}\left(V\geq 0(\bar{X}_i\in S_0\right)$ применения формулы Имхофа [2] к (19) имеет вид

$$P_{w_{01}w_{11}\ldots w_{0p}w_{1p}}\left(V\geq 0\middle|\bar{X}_i\in S_0\right)=P^{\alpha}_{w_{ij};i=0,1;j=1,\ldots,p}=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{\sin\Theta(u)}{u\rho(u)}du, \tag{20}$$

где

$$\Theta(u)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\left\{n\ln\frac{w_{1j}r_j\left(m_0-1\right)}{w_{0j}\left(m_1-1\right)}-(n-1)\operatorname{arctg}\left(\lambda_{0j}u\right)+\sum_{i=1}^{2}\left[\operatorname{arctg}\left(\lambda_{ij}u\right)+\frac{b_{ij}\lambda_{ij}u}{1+\lambda^2_{ij}u^2}\right]\right\};$$

$$\rho(u)=\prod_{j=1}^{p}\left\{\left(1+\lambda^2_{0j}u^2\right)^{\frac{n-1}{4}}\prod_{i=1}^{2}\left(1+\lambda^2_{ij}u^2\right)^{1/4}\right\}\exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{2}\frac{\lambda^2_{ij}b_{ij}u^2}{1+\lambda^2_{ij}u^2}\right\}.$$

Для получения второй подынтегральной вероятности из (18) следует проделать с V аналогичные преобразования, предположив, что $\bar{x}_i\in S_1$, $i = 1, \ldots, n$, в итоге получается

$$Pw_{01}w_{11}\ldots w_{0p}w_{1p}\left(V<0(\bar{X}_i\in S_1\right)=P^{\beta}_{w_{ij};i=0,1;j=1,\ldots,p}=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{\sin\Theta(u)}{u\rho(u)}du, \tag{21}$$

где Θ и ρ определяются, как и в (20), только r_j следует заменить на r_j^{-1}, а величины λ_{ij} и b_{ij} определить согласно [1].

Формулы (20)–(21) позволяют вычислять вероятности ошибок контроля состояния образцов изделия микроэлектроники с использованием для его осуществления произвольного числа p контролируемых информативных параметров при малых обучающих выборках. При неограниченном увеличении m значения α и β, рассчитанные в приближениях полной априорной неопределенности сначала приближаются к соответствующим вероятностям при неполном априорном знании (формулы (12) и (13)), а затем вместе с ними стремятся к значениям, определенным в приближении полного априорного знания (формулы (6) и (9)) [1]. При этом, чем больше число параметров p, тем быстрее с ростом m сближаются значения вероятностей ошибок контроля, рассчитанные при различных степенях априорной неопределенности. С ростом n α и β монотонно убывают. При фиксированном n вероятности ошибок контроля быстро монотонно убывает с ростом p, приближаясь к нулю. Следует отметить, что для большей наглядности анализа зависимости α и β от p целесообразно принять распределения параметров в пределах одного класса подобными, т.е. величины d_j и r_j не зависят от j потому, что исследование влияния на α и β различий d_j и r_j при различных значениях индекса j содержится в [1], в части, посвященной оценке информативности контролируемых параметров и выбору среди них наиболее информативных. Для случая подобно распределенных параметров использование для осуществления контроля состояния образцов электронного компонента набора из p таких параметров практически эквивалентно увеличению объема контрольной выборки примерно в p раз. Этот факт также объясняет быстрое убывание α и β с ростом p. Зависимости α и β от $d_j = d$ и $r_j^{-1} = r^{-1}$ в p-мерном случае аналогичны подобным зависимостям в одномерном случае с той лишь разницей, что графики α и β, соответствующие большим p, круче и лежат ниже.

Следует отметить, что $2p$-мерные интегралы в (20) при практических расчетах вычислялись по методу Монте-Карло. Этот метод, как отмечалось в [1], при больших p наиболее экономичен с точки зрения вычислительных затрат. Однако целесообразно получить приближенную формулу для вычисления α и β при полной априорной неопределенности. Для этого в [3] предлагается разложить α из (20) в ряд Тейлора по переменным $y_{ij} = w_{ij}(m_i - 1)$ и, оставив в этом разложении члены, содержащие первые и вторые частные производные, почленно проинтегрировать оставшуюся сумму, предварительно заменив χ^2-распределения нормальными $N((m_i - 1), 2(m_i - 1))$. В результате все слагаемые, содержащие первые и смешанные вторые частные производные, зануляются, а итоговая формула принимает вид [4, 5]

$$\alpha \approx P^{\alpha}_{\left(w_{ij}=m_i-1\right)i=0,1;\,j=1,\dots,p} + \sum_{i=0}^{1}\sum_{j=1}^{p}\left[\left.\frac{\partial^2 P^{\alpha}}{\partial y_{ij}^2}\right|_{w_{ij}=m_i-1} \cdot \frac{1}{m_i-1}\right]. \quad (22)$$

Таким образом, появляется возможность получить оценки вероятности ошибок селекции импортозамещающих электронных компонентов, что обеспечивает высокую надежность вновь создаваемой электронной аппаратуры ответственного назначения [6–8].

Список литературы

1. Безродный, Б. Ф. Адаптивные системы контроля изделий микроэлектроники на ПЭВМ / Б. Ф. Безродный, Я. А. Фомин. – М. : Изд-во стандартов, 1993. – 356 с.
2. Imhof, J. P. Computing the distribution of quadratic forms in normal variables / J. P. Imhof // Biometrika. – 1961. – V. 48, № 3.
3. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности / С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин ; под ред. С. А. Айвазяна. – М. : Финансы и статистика, 1989. – 479 с.
4. Садыхов, Г. С. Расчет и оценка вероятностей опасных и безопасных состояний техногенно-опасного объекта / Г. С. Садыхов, В. П. Савченко, И. А. Бабаев // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 4. – С. 69–77.
5. Северцев, Н. А. Моделирование оценки математического ожидания дисперсии случайных функций характеристик сложной технической системы / Н. А. Северцев // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 3. – С. 16–21.
6. Бойко, О. Г. Методология оценки вероятности катастрофических отказов функциональных систем самолетов / О. Г. Бойко, Е. А. Фурманова // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 3. – С. 7–13.
7. К проблеме оценки остаточного ресурса объектов железнодорожной автоматики и телемеханики / Б. Ф. Безродный, А. В. Орлов, А. С. Голубев, Д. Н. Болотский // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 2. – С. 34–39.
8. Лушпа, И. Л. Модели интенсивности отказов виброизоляторов для электронных средств / И. Л. Лушпа, В. В. Жаднов // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 1. – С. 50–57.

Безродный Борис Федорович
доктор технических наук, профессор,
главный инженер,
Проектно-конструкторско-технологическое бюро

Bezrodnyy Boris Fedorovich
doctor of technical sciences, professor,
chief engineer,
Design-technological bureau of railway automation

железнодорожной автоматики и телемеханики
(105082, Россия, г. Москва,
Переведеновский пер., 21/9)
(849-9)260-01-19
E-mail: boris.bezrodny@yandex.ru

and remote control
(105082, 21/9 Perevedenovskiy lane, Moscow, Russia)

Майоров Сергей Алексеевич
научный сотрудник,
Межрегиональное общественное учреждение
«Институт инженерной физики»
(142210, Россия, Московская обл., г. Серпухов,
Б. Ударный пер., 1 «А»)
8(4967)35-31-93
E-mail: info@iifrf.ru

Mayorov Sergey Alekseevich
research associate,
Inter-regional public institution
«Institute of engineering physics»
(142210, 1 «A» B. Udarniy lane, Moscow region,
Serpukhov city, Russia)

Аннотация. При замене импортных электронных компонентов, применяемых в ответственной электронной аппаратуре, на отечественные аналоги возникает проблема обеспечения требуемого уровня ее надежности. В силу нестабильности технологического процесса изготовления качество, надежность и значения параметров этих аналогов имеют больший, по сравнению с импортными компонентами, разброс. Поэтому на практике оказывается необходимым проведение предварительной селекции их образцов с целью выбора наиболее приемлемых для изготовления конкретного типа электронной аппаратуры. Такую процедуру предлагается проводить с помощью статистического распознавания, считая из-за большого числа влияющих факторов распределения нормальными. Данная статья посвящена расчету вероятностей ошибок такой селекции.

Abstract. When you replace the imported electronic components, used in electronic responsible equipment, for russian analogues raised the problem of providing the required level of its reliability. Because of the instability of the technological process of manufacturing quality, reliability, and parameter values of these analogues have greater, compared with imported components, variability. In practice, therefore, is it necessary to conduct a preliminary selection of samples with a view to selecting the most appropriate for a particular type of electronic equipment. Such a procedure is performed using statistical pattern recognition, considering the large number of influencing factors of normal distribution. This article focuses on the calculation of probabilities of selection error.

Ключевые слова: электронная аппаратура, надежность, импортозамещение, статистический анализ, селекция, контроль.

Key words: electronics, reliability, import substitution, statistical analysis, selection, control.

УДК 62-503.5
Безродный, Б. Ф.
К оценке вероятности ошибок селекции импортозамещающих электронных компонентов / Б. Ф. Безродный, С. А. Майоров // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 1 (9). – С. 30–37.